

## 2. Übungsblatt

**Ausgabe:** 22.4.2005    **Abgabe:** 29.4.2005, 10 Uhr  
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

### Aufgabe 1:

6 Punkte

Zu einem schlichten ungerichteten Graphen  $G = (V, E)$  ist der *komplementäre Graph*  $\overline{G} = (V, \overline{E})$  definiert durch  $\overline{E} := \{\{v, w\} \subseteq V : v \neq w, \{v, w\} \notin E\}$ .

- (a) Zeigen Sie, dass  $\overline{G}$  zusammenhängend ist, falls  $G$  unzusammenhängend ist.
- (b) Gilt auch die Umkehrung von (a)?

### Aufgabe 2:

4 Punkte

Zu einem Graphen  $G$  mit  $n$  Knoten bezeichne  $\kappa(G)$  die größte natürliche Zahl  $k < n$ , für die  $G$   $k$ -fach knotenzusammenhängend ist. Ferner bezeichne  $\lambda(G)$  die größte natürliche Zahl  $l < n$ , für die  $G$   $l$ -fach kantenzusammenhängend ist. Zeigen Sie, dass  $\kappa(G) \leq \lambda(G)$  gilt.

### Aufgabe 3:

4 Punkte

Zeigen Sie, dass jeder  $k$ -fach knotenzusammenhängende schlichte ungerichtete Graph mindestens  $\frac{nk}{2}$  Kanten hat.

### Aufgabe 4:

6 Punkte

Sei  $T(G)$  der von den Baumkanten einer Tiefensuche induzierte Teilgraph eines Multigraphen  $G$  ( $T$  ist ein Wald aus Wurzelbäumen). Mit  $D(v)$  sei die Anzahl der Knoten im Unterbaum von  $v$  ( $v$  eingeschlossen) des Tiefensuchwaldes  $T$  bezeichnet.

- (a) Zeigen Sie, dass  $w$  genau dann im Unterbaum von  $v$  enthalten ist, wenn

$$DFS(v) \leq DFS(w) < DFS(v) + D(v).$$

- (b) Geben Sie eine Implementation der Methoden **root**, **traverse** und **backtrack** an, um während einer Tiefensuche alle  $D(v)$  zu berechnen.