

4. Übungsblatt

Ausgabe: 6.5.2005 **Abgabe:** 13.5.2005, 10 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1: Zentren

4 Punkte

Bestimmen Sie die maximale Anzahl von Knoten im Zentrum eines ungerichteten Baumes. Gibt es ungerichtete Graphen, deren Zentren mehr als zwei Knoten enthalten?

Aufgabe 2: Normierte Zentralitäten

6 Punkte

- (a) Zeigen Sie: Ist c eine Zentralität vom Typ $\circ \rightarrow \bullet$ ($\bullet \rightarrow \circ$, $\bullet \rightarrow \bullet$), so ist die zugehörige normierte Zentralität \hat{c} vom gleichen Typ.
- (b) Zeigen Sie, dass es genau eine normierte Zentralität auf einem einfachen Kreis gibt.

Aufgabe 3: Radius und Durchmesser

4 Punkte

- (a) Zeigen Sie, dass $rad(G) \leq diam(G) \leq 2 \cdot rad(G)$ für beliebige Graphen G gilt.
- (b) Zeigen Sie, dass es für beliebige $r, d \in \mathbb{N}$ mit $r \leq d \leq 2r$ einen zusammenhängenden, ungerichteten Graphen G mit $rad(G) = r$ und $diam(G) = d$ gibt.

Aufgabe 4:

6 Punkte

Sei \mathcal{K} eine unter Einfügen von Kanten abgeschlossene Klasse gerichteter Multigraphen. Zu $G = (V, E) \in \mathcal{K}$ sei $\overleftarrow{G} = (V, \overleftarrow{E})$ durch $\overleftarrow{E} = \{(v, w) : (w, v) \in E\}$ definiert und entsprechend $\overleftarrow{\mathcal{K}} = \{\overleftarrow{G} : G \in \mathcal{K}\}$.

Zu einer Knotenzentralität c auf \mathcal{K} definieren wir einen Knotenindex $\overleftarrow{c}(\overleftarrow{G}) = c(G)$ auf $\overleftarrow{\mathcal{K}}$. Zeigen Sie:

$$c \in \circ \rightarrow \bullet(\mathcal{K}) \iff \overleftarrow{c} \in \bullet \rightarrow \circ(\overleftarrow{\mathcal{K}}).$$