Universität Konstanz
Lehrstuhl für Praktische Informatik
Prof. Dr. U. Brandes / C. Pich

Methoden der Netzwerkanalyse
SS 2005

5. Übungsblatt

Ausgabe: 13.5.2005 **Abgabe:** 20.5.2005, 10 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1: Cayley-Graphen — 8 Punkte

Sei G eine Gruppe und $X \subseteq G$ eine Teilmenge. Der *Cayley-Graph* $\mathcal{C}(G, X)$ zu (G, X) hat die Knotenmenge G und Kanten $\{(g, h) \in G \times G : hg^{-1} \in X\}$.

(a) Zeigen Sie, dass ein einfacher Kreis ein Cayley-Graph ist.

(b) Zeigen Sie, dass es auf der Klasse aller nicht-isomorphen Cayley-Graphen $\mathcal{C}(G, X)$ genau einen normierten Knotenstrukturindex gibt.

Hinweis: Beweisen Sie, dass es zu allen $g, h \in G$ einen Automorphismus in $\mathcal{C}(G, X)$ gibt, der g auf h abbildet, indem Sie Abbildungen $x \mapsto xg$, $g \in G$, betrachten.

Aufgabe 2: Adjazenzmatrizen — 6 Punkte

Die *Spur* einer quadratischen Matrix ist die Summe ihrer Diagonaleinträge. Zeigen Sie, dass für die Adjazenzmatrix A eines schlichten ungerichteten Graphen G gilt:

(a) Spur $A^2 = 2m$

(b) Spur $A^3 = 6t$

Dabei bezeichnen m und t die Anzahlen der Kanten und Dreiecke (Kreise der Länge 3) des Graphen.

Aufgabe 3: Kommunikation — 6 Punkte

Ein Kommunikationsnetz sei durch einen schlichten Graphen $G = (V, E)$ beschrieben. Die Leitungen des Netzes sind störungsanfällig, und die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Übertragung ein Fehler auftritt, ist durch $f : E \to [0, 1]$ gegeben. Die Störung einer Kante ist dabei unabhängig von der Störung anderer.

Geben Sie einen Algorithmus an, der für jedes Paar von Knoten $s, t \in V$ einen Weg mit minimaler Störungswahrscheinlichkeit bestimmt.