

12. Übungsblatt

Ausgabe: 8. Juli 2009 **Abgabe:** 17. Juli 2009, 8 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 24: Winkelauflösung im Schwerpunktlayout

4 Punkte

Zeigen Sie, dass die worst-case Winkelauflösung in Schwerpunktlayouts exponentiell schlecht ist.

Aufgabe 25: Spannungen

4 Punkte

Eine geradlinige zweidimensionale Zeichnung eines zusammenhängenden Graphen heißt *spannungsfrei* (engl. *tension free*), wenn jede Kante die Länge 1 hat, und *Pfad-spannungsfrei*, wenn der euklidische Abstand zwischen zwei beliebigen Knoten der Zahl der Kanten auf einem kürzesten Pfad entspricht.

- (a) Welche Bäume kann man spannungsfrei zeichnen?
- (b) Welche zweifach zusammenhängenden Graphen kann man spannungsfrei zeichnen?
- (c) Welche Graphen kann man Pfad-spannungsfrei zeichnen?

Aufgabe 25: MDS

3 Punkte

Die euklidischen Abstände dreier Punkte P_1, P_2, P_3 seien

$$d_{12} = \sqrt{10}, \quad d_{13} = \sqrt{5}, \quad d_{23} = \sqrt{13}.$$

Zeigen Sie, dass

$$B = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 17 & -16 & -1 \\ -16 & 41 & -25 \\ -1 & -25 & 26 \end{pmatrix}$$

die zentrierte Matrix der quadrierten Abstände ist. Bestimmen Sie die Eigenvektoren und Eigenwerte von B und gewinnen Sie daraus Koordinaten für die Punkte. Überprüfen Sie, dass sich daraus die gegebenen Abstände ergeben.

Hinweis: Die Spektralzerlegung dürfen Sie unter Benutzung eines geeigneten Programms berechnen, z.B. Matlab oder http://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/engl_eigenwert.htm