

## 5. Übungsblatt

**Ausgabe:** 18. Mai 2004    **Abgabe:** 26. Mai 2004, 12 Uhr  
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

### Aufgabe 1:

**6 Punkte**

Sei  $\pi$  ein Automorphismus auf einem Graphen  $G$  und seien  $v$  und  $w$  zwei Knoten von  $G$ . Zeigen Sie die folgenden Aussagen.

- (a)  $v$  und  $\pi(v)$  haben den gleichen Knotengrad.
- (b) Die Abstände in  $G$  zwischen  $v$  und  $w$  und zwischen  $\pi(v)$  und  $\pi(w)$  sind gleich, d.h.  $d_G(v, w) = d_G(\pi(v), \pi(w))$  oder  $d_G(v, w) = d_G(\pi(w), \pi(v))$ .
- (c) Die Automorphismengruppe von  $G$  und die Automorphismengruppe von dem Komplementgraphen  $\overline{G}$  sind gleich.

### Aufgabe 2:

**4 Punkte**

Sei  $G$  ein serien-paralleler Graph, der sowohl eine horizontal symmetrische als auch eine punktsymmetrische aufwärtsplanare Zeichnung hat. Folgt dann schon, dass es für  $G$  auch eine aufwärtsplanare Zeichnung gibt, die gleichzeitig horizontal symmetrisch und punktsymmetrisch ist?

### Aufgabe 3:

**4 Punkte**

Ein gerichteter Graph heißt stark zusammenhängend, wenn es für je zwei Knoten  $v$  und  $w$  einen gerichteten Weg von  $v$  nach  $w$  gibt. Zeigen Sie, dass es für einen ungerichteten Graphen, der zweifach zusammenhängend ist, eine Orientierung seiner Kanten gibt, sodass der so gerichtete Graph stark zusammenhängend ist.

### Aufgabe 4:

**2 Punkte**

Sei  $T$  der Tiefensuchbaum eines zusammenhängenden Graphen  $G$ . Zeigen Sie: Ist  $(v, w)$  eine Nichtbaumkante, so liegt  $w$  auf dem Weg in  $T$  von der Wurzel zu  $v$ .