

6. Übungsblatt

Ausgabe: 25. Mai 2004 **Abgabe:** 2. Juni 2004, 12 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1:

4 Punkte

Sei $G = (V, E)$ ein zweifach zusammenhängender planarer Graph mit einer planaren Einbettung und sei v_1, \dots, v_n eine *st*-Ordnung von G . Sei v_i ein Knoten in G und $N(v_i)$ die Menge der zu v_i adjazenten Knoten. Zeigen Sie, dass die Mengen $\{v_j \in N(v_i); j < i\}$ und $\{v_j \in N(v_i); j > i\}$ jeweils ein Intervall in der Adjazenzliste von v_i bilden.

Aufgabe 2:

6 Punkte

Ein gerichteter Graph heißt *azyklisch*, wenn er keinen gerichteten Kreis enthält.

- (a) Weisen Sie nach, dass jeder azyklisch gerichtete Graph mindestens eine Senke hat.

Eine *topologische Sortierung* eines gerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist eine Ordnung v_1, \dots, v_n der Knoten von G , sodass für jede Kante $(v_i, v_j) \in E$ die Ungleichung $i < j$ gilt.

- (b) Zeigen Sie, dass ein gerichteter Graph genau dann azyklisch ist, wenn er eine topologische Sortierung erlaubt.
- (c) Überlegen Sie sich einen Algorithmus, der möglichst schnell eine topologische Sortierung eines azyklisch gerichteten Graphen findet.

Aufgabe 3:

4 Punkte

- (a) Sei v_1, \dots, v_n die *st*-Ordnung eines Graphen G , die der Algorithmus aus der Vorlesung liefert. Sei T der Tiefensuchbaum, der in diesem Algorithmus konstruiert wird. Zu einem Knoten x von G sei $T(x)$ der Unterbaum von T mit Wurzel x . Zeigen Sie, dass die Knoten in $T(x)$ ein Intervall in der *st*-Ordnung bilden, d.h., dass es $i \leq j$ gibt, sodass die Knoten in $T(x)$ gerade v_i, \dots, v_j sind.
- (b) Überlegen Sie sich, ob die in Aufgabenteil (a) beschriebene Eigenschaft auf alle *st*-Ordnungen eines Graphen G zutrifft.

[bitte wenden]

Aufgabe 4:**2 Punkte**

Beim in der Vorlesung beschriebenen Algorithmus zur Berechnung der st-Ordnung werden die Ohren rückwärts durchnummeriert, d.h. der Pfad P wird vor oder nach dem zuletzt gefundenen Knoten u in die Liste L eingefügt. Überlegen Sie sich ein Beispiel, das belegt, dass man nicht notwendigerweise eine st-Ordnung bekommt, wenn man den Pfad P entsprechend vor oder nach dem zuerst betrachteten Knoten w von P in die Liste L einfügen würde.