

12. und letztes Übungsblatt

Ausgabe: 7. Juli 2004 **Abgabe:** 14. Juli 2004, 10:00 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 41:

5 Punkte

Ist die Menge der semi-entscheidbaren Sprachen über einem festen Alphabet unter Komplementbildung und Vereinigung abgeschlossen?

Aufgabe 42:

5 Punkte

Zeigen Sie, dass die Diagonalsprache L_D nicht semi-entscheidbar ist.

Aufgabe 43:

10 Punkte

Zu einer Instanz $I = (U, C)$ von 3SAT mit Variablenmenge $U = \{u_1, \dots, u_n\}$ und Klauselmengemenge $C = \{c_1, \dots, c_m\}$ mit $c_i = \{x_{i,1}, x_{i,2}, x_{i,3}\}$ und $x_{i,j} \in U \cup \{\bar{u}_1, \dots, \bar{u}_n\}$ für $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq 3$, werde wie folgt ein Graph $G(I) = (V, E)$ konstruiert:

- V besteht aus $3 \cdot m$ Knoten $v_{i,j}$, $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq 3$
(jeweils korrespondierend zu den Literalen $x_{i,j}$ aus C), und
- $\{v_{i,j}, v_{i',j'}\} \in E$ genau dann, wenn $i \neq i'$ und $x_{i,j} \neq \overline{x_{i',j'}}$.

- a) Geben Sie zur Formel $F = (u_1 \vee u_2 \vee \bar{u}_3) \wedge (u_2 \vee \bar{u}_3 \vee u_1) \wedge (\bar{u}_1 \vee u_3 \vee \bar{u}_2)$ den zugehörigen Graph $G(I)$ an.
- b) Bestimmen Sie in $G(I)$ eine Clique der Größe 3 und daraus eine erfüllende Belegung von F .

Zu $K \in \mathbb{N}$ ist K -CLIQUE das folgende Entscheidungsproblem:

Gegeben ein Graph G , gibt es in G eine Clique der Größe mindestens K ?

- c) Ist K -CLIQUE in \mathcal{NP} ?
- d) Ist K -CLIQUE \mathcal{NP} -vollständig?