

3. Übungsblatt

Ausgabe: 03.5.2010 **Abgabe:** 10.5.2010, 12 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1: Normierte Zentralität

5 Punkte

- (a) Geben Sie (mit Begründung) eine unendliche Klasse von Graphen an, auf der es einen eindeutigen normierten Knoten-Strukturindex gibt.
- (b) Zeigen Sie: Ist c eine Zentralität vom Typ $\circ \rightarrow \bullet$, $\bullet \rightarrow \circ$ bzw. $\bullet \rightarrow \bullet$, so ist die zugehörige normierte Zentralität \hat{c} vom gleichen Typ.

Aufgabe 2: Abstände

5 Punkte

Sei A die Adjazenzmatrix eines Multigraphen (V, E) und $A^k = \left(a_{s,t}^{(k)} \right)_{s,t \in V}$ deren k -te Potenz. Beweisen Sie (induktiv): Für zwei Knoten $s, t \in V$ ist $a_{s,t}^{(k)}$ gerade die Anzahl aller gerichteten Kantenfolgen von s nach t der Länge k .

Aufgabe 3: Radius und Durchmesser

5 Punkte

- (a) Zeigen Sie, dass für beliebige Graphen G gilt:

$$rad(G) \leq diam(G) \leq 2 \cdot rad(G)$$

- (b) Zeigen Sie, dass es für beliebige $r, d \in \mathbb{N}$ mit $r \leq d \leq 2r$ einen zusammenhängenden, ungerichteten Graphen G mit $rad(G) = r$ und $diam(G) = d$ gibt.

Aufgabe 4: Zentren

5 Punkte

- (a) Bestimmen Sie alle möglichen Kardinalitäten der Zentren von ungerichteten Bäumen.
- (b) Gibt es Graphenklassen, deren Zentren stets mehr als diese Anzahl Knoten enthalten?