Universität Konstanz
Fachbereich Informatik & Informationswissenschaft
Prof. Dr. Ulrik Brandes / Dr. Jürgen Lerner / Bobo Nick

4. Übungsblatt

Ausgabe: 10.5.2010 **Abgabe:** 17.5.2010, 12 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1: Breitensuche — 6 Punkte

(a) Zeigen Sie, dass sich die Breitensuchnummern zweier beliebiger adjazenter Knoten eines ungerichteten Multigraphen $G = (V, E)$ um höchstens eins unterscheiden, d.h.

$$\{v, w\} \in E \Rightarrow |BFS(v) - BFS(w)| \leq 1$$

(b) Kann man diese Aussage auf gerichtete Multigraphen verallgemeinern?

(c) Gilt a) bzw. b) für die Tiefensuchnummern adjazenter Knoten?

Aufgabe 2: Durchmesser — 6 Punkte

Auf einem zusammenhängenden ungerichteten Multigraphen werde Breitensuche zunächst von einem beliebigen Knoten, und dann nochmals von einem Knoten mit maximaler Breitensuchnummer ausgeführt. Sei d die größte in der zweiten Breitensuche vergebene Nummer.

(a) Zeigen Sie, dass $d = diam(G)$, falls G ein ungerichteter Baum ist.

(b) Gilt $d = diam(G)$ für beliebige zusammenhängende ungerichtete Multigraphen G?

Aufgabe 3: Bipartite Graphen — 8 Punkte

Ein Graph $G = (V, E)$ heißt *bipartit*, wenn es eine Partition $V = U \uplus W$ seiner Knoten gibt, so dass $E \subseteq (U \times W) \cup (W \times U)$.

(a) Zeigen Sie, dass ein Multigraph genau dann bipartit ist, wenn er keine geschlossenen ungerichteten Kantenfolgen ungerader Länge enthält.

(b) Geben Sie Methoden **root** und **traverse** an, die sowohl als Spezialisierung einer ungerichteten *Breitensuche* als auch als Spezialisierung einer ungerichteten *Tiefensuche* in Linearzeit testen, ob ein nicht notwendigerweise zusammenhängender Multigraph bipartit ist, und gegebenenfalls eine entsprechende Partition bestimmen.