Universität Konstanz
Fachbereich Informatik & Informationswissenschaft
Prof. Dr. Ulrik Brandes / Dr. Jürgen Lerner / Bobo Nick

Methoden der Netzwerkanalyse
SS 2010

5. Übungsblatt

Ausgabe: 18.5.2010 **Abgabe:** 31.5.2010, 12 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1: Wiener-Index — 5 Punkte

Eine (insbesondere in der Chemie) populäre Netzwerk-Kenngröße ist der Wiener-Index

$$I_W(G) = \sum_{v \in V} \sum_{w \in V} d_G(v, w)$$

eines zusammenhängenden schlichten ungerichteten (Molekül-)Graphen $G = (V, E)$.

Beweisen Sie, dass sowohl Closeness c_C als auch auf Anfangsknoten erweiterte Betweenness $c_{\bar{B}}$ [1] diese Kenngröße auf die Knoten verteilen, d.h. der Wiener-Index kann einerseits als Summe der Closeness-Kehrwerte und andererseits als Summe der erweiterten Betweenness-Werte geschrieben werden:

$$\sum_{v \in V} c_C(G)_v^{-1} = I_W(G) = \sum_{v \in V} c_{\bar{B}}(G)_v$$

Aufgabe 2: Stress — 5 Punkte

Der älteste auf Aufzählung der kürzesten Wege basierende Knotenstrukturindex auf der Klasse $\mathcal{G}$ aller Multigraphen nennt sich *Stress*(-Index). Er ist für einen Knoten $v \in V$ eines Multigraphen $G = (V, E) \in \mathcal{G}$ definiert durch

$$c_S(G)_v = \sum_{s \neq v \in V} \sum_{t \neq v \in V} \sigma_G(s, t|v)$$

Entwerfen Sie analog zur Vorlesung einen auf Breitensuche basierenden Algorithmus, der mit Hilfe einer geeigneten Rekursionsformel für $\sigma_G(s|v) := \sum_{t \in V} \sigma_G(s, t|v)$ den Stress aller Knoten in $\mathcal{O}(nm)$ berechnet.

[Bitte wenden]

[1]

$$c_{\bar{B}}(G)_v := \sum_{s,t \in V} \frac{\bar{\sigma}_G(s, t|v)}{\sigma_G(s, t)}$$

für alle $G = (V, E) \in \mathcal{G}$, wobei $\sigma_G(s, t)$ weiterhin die Anzahl der kürzesten Wege von s nach t, und $\bar{\sigma}_G(s, t|v)$ die Anzahl der kürzesten (s, t)-Wege, die v als inneren Knoten *oder Anfangsknoten* (aber eben nicht Endknoten) enthalten (d.h. v liegt auf dem Weg, und $v \neq t$), und es gelte wiederum $\frac{0}{0} = 0$.

Aufgabe 3: Baumschema **5 Punkte**

Geben Sie Methoden **uplabel** und **downlabel** als Spezialisierung des Zentralitätsschemas an, welche die Exzentrizitäten der Knoten eines ungerichteten Baumes berechnen.

Aufgabe 4: Eigenwerte **5 Punkte**

Bestimmen Sie das *Spektrum*, also die Multimenge der Eigenwerte der Adjazenzmatrix, des ungerichteten einfachen Kreises C_n und des vollständigen ungerichteten Graphen K_n.

Aufgabe 5: PageRank vs Eigenvektor-Zentralität **5 Punkte**

Berechnen Sie (mit Hilfe von visone) PageRank- und Eigenvektor-Zentralität der Graphen G = ({1,...,9,} , { {1,2}, {2,3}, {3,4}, {4,1}, {4,5}, {5,6}, {6,7}, {7,8}, {8,6}, {6,9} }) und $G^* = (V(G), E(G) \cup \{\{1,3\}\})$. Diskutieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 6: Zufallsgraphenmodelle **5 Punkte**

(a) Sei $n \geq 3$. Geben sie ein Zufallsgraphenmodel für ungerichtete, einfache, schleifenfreie Graphen mit genau n Knoten an, welches gleichzeitig die folgenden beiden Eigenschaften erfüllt:

(1) Jede Kante hat eine Wahrscheinlichkeit gleich $\frac{1}{2}$.

(2) Je zwei Kanten sind abhängig.

(b) Sei $n = 3$. Geben sie ein Zufallsgraphenmodel für ungerichtete, einfache, schleifenfreie Graphen mit genau n Knoten an, welches gleichzeitig die folgenden beiden Eigenschaften erfüllt:

(1) Je zwei Kanten sind unabhängig.

(2) Jede Kante ist abhängig von den beiden anderen.