

5. Übungsblatt

Ausgabe: 18.11.2005 **Abgabe:** 25.11.2005, 10 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 14:

8 Punkte

Gegeben seien $n+1$ ein-elementige Mengen und die – wie im Skript Abschnitt 3.1.1 – in einem Array verwaltet werden. Zeigen Sie, dass n Union-Operationen mit einem Gesamtaufwand in $\mathcal{O}(n \log n)$ durchgeführt werden können, wenn zusätzlich für jede Menge ihre Größe und eine Liste ihrer Elemente gegeben ist.

Hinweis: Zeigen sie zunächst, dass jedes Element höchstens $\log n$ -mal in der kleineren zweier zu vereinigenden Mengen liegt.

Aufgabe 15:

6 Punkte

Es seien $\mathcal{A}_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, s_1, F_1)$ und $\mathcal{A}_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, s_2, F_2)$ zwei endliche Automaten und $q_1 \in Q_1, q_2 \in Q_2$.

Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) $q_1 \equiv q_2 \iff \forall a \in \Sigma$ gilt $\delta_1(q_1, a) \equiv \delta_2(q_2, a)$.
- (b) Falls $q_1 \in F_1$ und $q_2 \in Q_2 \setminus F_2$, so ist $q_1 \not\equiv q_2$.
- (c) Falls $s_1 \equiv s_2$, so werden im Algorithmus zur Berechnung der Äquivalenz endlicher Automaten nur solche Paare (q_1, q_2) auf den Stack gelegt für die gilt $q_1 \equiv q_2$.

Aufgabe 16:**6 Punkte**

Zeigen Sie dass für einen Graphen $G = (V, E)$ die folgenden Aussagen äquivalent sind (es sei $n = |V|$ und $m = |E|$):

- (a) G ist zusammenhängend und kreisfrei.
- (b) Zwischen zwei beliebigen Knoten in G existiert genau ein Weg.
- (c) G ist zusammenhängend und $m \leq n - 1$.
- (d) G kreisfrei und $m \geq n - 1$.
- (e) G ist zusammenhängend und für alle $e \in E$ ist $G' = (V, E \setminus \{e\})$ unzusammenhängend.
- (f) G ist kreisfrei und für alle $e \in \binom{V}{2} \setminus E$ enthält $G' = (V, E \cup \{e\})$ einen Kreis.