Universität Konstanz
Lehrstuhl für Praktische Informatik
Prof. Dr. U. Brandes / J. Lerner / B. Schlieper

Entwurf und Analyse von Algorithmen
WS 2005/2006

10. Übungsblatt

Ausgabe: 21.12.2005 **Abgabe:** 13.01.2006, 10 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 29: **5 Punkte**

Gegeben ist eine Menge von n Geraden in der Ebene.

(a) Wieviele Schnittpunkte kann es höchstens geben? (Aufeinanderliegen wird nicht als Schnitt gezählt.) Beweisen Sie Ihre Aussage.

(b) Geben Sie eine Menge von n Geraden an, die tatsächlich so viele Schnitte hat.

(c) Wieviele Schnittpunkte kann es höchstens geben, wenn die Geraden alle senkrecht oder waagerecht sind? Beweisen Sie Ihre Aussage.

Aufgabe 30: **5 Punkte**

AVL-Bäume sind Binärbäume mit der speziellen Eigenschaft, dass sich für jeden Knoten die Höhe seiner beiden Unterbäume um höchtens 1 unterscheidet. Die Höhe eines Baumes T werde mit $h(T)$ und die Anzahl seiner Konten mit $n(T)$ bezeichnet.

(a) Sei $n(h) := \min\{n(T)|\text{ T ist AVL-Baum mit h(T)=h}\}$ die Knotenzahl eines knotenminimalen AVL-Baumes mit Höhe h. Zeigen Sie, dass $n(h)$ streng monoton wachsend ist.

Tatsächlich kann man für $n(h)$ folgende Rekursionsformel angeben:

$$\begin{aligned} n(0) &= 1 \\ n(1) &= 2 \\ n(h) &= 1 + n(h-1) + n(h-2) \text{ für } h \geq 2 \ . \end{aligned}$$

(b) Zeigen Sie mit Hilfe dieser Rekursionsformel, dass $n(h) \geq 2^{\frac{h}{2}}$.

(c) Zeigen Sie, dass für jeden AVL-Baum T gilt: $h(T) \leq 2 \log_2 n(T)$.

Frohe Weihnachten und guten Rutsch ins neue Jahr!