

## 12. Übungsblatt

**Ausgabe:** 20.01.2006    **Abgabe:** 27.01.2006, 10 Uhr  
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

### Aufgabe 33:

**6 Punkte**

Sie wollen einen Raum im Museum durch Lichtschranken sichern. Dazu werden für Sie zunächst auf dem Fußboden  $n$  Laser und  $n$  Photozellen fest eingebaut, so dass keine 3 der  $2n$  Objekte auf einer Geraden stehen.

Die Laser sollen dann von Ihnen so ausgerichtet werden, dass jeder Laser genau eine Fotozelle trifft und jede Photozelle von genau einem Laser getroffen wird. Um Probleme zu vermeiden, wollen Sie die Laser so ausrichten, dass sich die Strahlen von je zwei Lasern auf dem Weg zu ihrer Photozelle nicht kreuzen.

- (a) Zeigen Sie, dass man (bei bereits gegebener Anordnung der Laser und Photozellen) in  $\mathcal{O}(n \log n)$  Zeit eine Gerade  $g$  durch einen Laser und eine Photozelle finden kann, so dass die Anzahl der Laser auf einer Seite von  $g$  der Anzahl der Photozellen auf der gleichen Seite entspricht.
- (b) Entwickeln Sie einen Algorithmus, der (wieder bei bereits gegebener Anordnung der Objekte) eine Zuordnung von Lasern auf Photozellen mit den gewünschten Eigenschaften findet. Analysieren Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus.

### Aufgabe 34:

**9 Punkte**

- (a) Beschreiben Sie einen Algorithmus, der in  $\mathcal{O}(n \log n)$  Zeit testet, ob eine gegebene Folge von  $n$  Punkten in der Ebene die Folge der Ecken eines einfachen Polygons ist.
- (b) Entwerfen Sie Algorithmus, der in  $\mathcal{O}(n)$  testet, ob ein gegebener Punkt  $p$  im Inneren eines einfachen Polygons mit  $n$  Ecken liegt. (Ein einfaches Polygon zerteilt die Ebene in zwei Teile: einen beschränkten Teil, das *Innere* des Polygons, und einen unbeschränkten Teil, das *Äußere* des Polygons.)

**Aufgabe 35:****5 Punkte**

Beschreiben Sie einen Algorithmus in Pseudocode, der eine Folge  $p_1, \dots, p_n$  von  $n$  Punkten in der Ebene in  $\mathcal{O}(n \log n)$  Zeit nach den Winkeln ihrer Polarkoordinaten sortiert. Benutzen hierfür nur Addition, Subtraktion, Multiplikation und Vergleich von reellen Zahlen (insbesondere keine trigonometrischen Funktionen wie z. B.  $\arctan$ ).