

# 1. Übungsblatt

**Ausgabe:** 20. Oktober 2010    **Abgabe:** 27. Oktober 2010, 10 Uhr

Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

## Aufgabe 1: Asymptotisches Wachstum I

5 Punkte

Ordnen Sie die folgenden Funktionen nicht-absteigend nach asymptotischem Wachstum. Geben Sie an welche Funktionen asymptotisch gleich schnell wachsen.

$n$ ,  $\sqrt{n}$ ,  $\log n$ ,  $n \log n$ ,  $n^2$ ,  $n \log(n^2)$ ,  $n^2 \log n$ ,  $1$ ,  $1/n$ ,  $1/\log n$   
 $n/\log n$ ,  $n^n$ ,  $n/\log(\log n)$ ,  $n^3$ ,  $3^n$ ,  $2^n$ ,  $n!$ ,  $\binom{n}{3}$ ,  $n \log(\log n)$

## Aufgabe 2: Asymptotisches Wachstum II

5 Punkte

(a) Die Funktion  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  sei definiert durch

$$n \mapsto \sum_{i=1}^n i .$$

Zeigen Sie dass  $f \in \Theta(n^2)$ .

(b) Geben Sie eine Familie von asymptotisch linear wachsenden Funktionen  $g_i: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  ( $i \in \mathbb{N}$ ) an, so dass die Funktion

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}; n \mapsto g_n(n)$$

in  $\omega(n)$  ist (d. h., asymptotisch schneller als linear wächst).

[Bitte wenden]

### Aufgabe 3: Fibonacci-Zahlen

10 Punkte

Die  $n$ -te *Fibonacci-Zahl* ( $n \in \mathbb{N}$ ) ist definiert durch  $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$  für  $n > 1$  und  $f_0 = 0, f_1 = 1$ . Man kann sie auf folgende Arten berechnen:

- (1) mit rekursiven Aufrufen, also unter direkter Verwendung der obigen Definition,
- (2) mit einem Array der Länge  $n + 1$  zum Speichern vorheriger Teilergebnisse,
- (3) mit der Formel  $f_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left( \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right)$ .

Entwickeln Sie eine Klasse `Fibonacci.java`, die das Interface `IFibonacci`, und damit alle obengenannten Varianten implementiert. (4 Punkte)

Geben Sie die asymptotischen Laufzeiten für die drei Varianten in der Abgabe des theoretischen Teils an. (3 Punkte)

Messen Sie die empirischen Laufzeiten für die drei Varianten für einen sinnvollen Bereich von  $n$ . Stellen Sie die gemessenen Werte in einem Diagramm im `eps`- oder `pdf`-Format dar, z.B. mit dem Tool `gnuplot`. Verwenden Sie zur Messung z.B. die Methode `currentTimeMillis()` aus `java.lang`. Sie dürfen geeignete Klassen in `java.io` verwenden, um den Input für die Diagrammerstellung zu generieren. Interpretieren Sie die Ergebnisse. (3 Punkte)

Beachten Sie bitte die allgemeinen Hinweise auf der Homepage zur Vorlesung!